ПРОВЕДЕНИЕ УРОКА МАТЕМАТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Чайка С.Д., преподаватель математики ОГБПОУ «Томский экономико-промышленный колледж», г. Томск

Урок математики с элементами проектной деятельности на тему «Бином Ньютона» способствует развитию интереса к предмету, формированию мышления обучающихся.Постановка проблемы начинается с того, что каждому учащемуся выдается амулет с «магической» формулой.

Люди верили, что такой амулет защитит его обладателя от болезней и несчастья.

А
Б Б
Р РР
А ААА
К КККК
А ААААА
Д ДДДД
А ААА
Б ББ
Р Р
А

Задание 1 Абракадабра

Студентам предлагается найти количество вариантов прочтения слова «абракадабра». Дается возможность угадать ответ и записать его в оценочный лист для получения дополнительной оценки.

Подразумевается, что читать начинаем с самого верхнего А (в верхнем углу "на крайнем Севере") и читаем сверху вниз, переходя каждый раз с соседней буквы (на юго-востоке или на юго-западе), пока не достигнем самого нижнего А (в южном углу).

Заметим теперь, что за этим маршрутом скрывается нечто, нам уже знакомое.

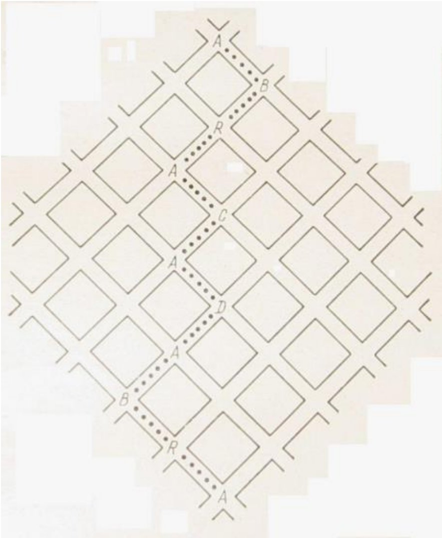
Действительно, этот маршрут может напомнить нам прогулку по большому городу. Вообразим себе город, спланированный в виде правильных квадратных кварталов, - город, половина улиц которого идет с северо-запада на юго-восток, а остальные (их можно назвать проспектами) - с северо-востока на юго-запад.

Задание 2.План города

Планы городов в виде правильных квадратных кварталов.

Найти число кратчайших маршрутов.

Каждое прочтение магического слова соответствует одному зигзагообразному маршруту на такой сети улиц.



Когда вы идете по маршруту, указанному на рисунке, вы проходите 10 кварталов, расположенных между А начальным и А конечным.
Существует еще много других маршрутов протяженностью в 10 кварталов, связывающих эти две конечные точки нашей сети улиц.

Короче же ни одного маршрута нет.

Найти число различных кратчайших маршрутов между данными конечными точками - такова задача, скрывающаяся за курьезной, изолированной задачей о магическом слове.

Общая формулировка может обладать рядом преимуществ. Иногда она помогает найти подход к решению, как в нашем случае.

III.Самостоятельное решение задач

Задание 3.Простая задача

Считаем количество маршрутов до ближайших точек.

Идем шаг за шагом с севера на юг и проставляем конкретные числа на схему.

Возьмем более близкие к верхнему А точки. Рассмотрим сначала точки, до которых один квартал. Затем те, до которых нужно добираться два квартала, и т.д.

A

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

X Y

Z

Обследуйте и сосчитайте все кратчайшие зигзагообразные маршруты, идущие от верхнего А до каждой из точек.

Поставим на рисунок несколько полученных таким образом чисел. Вглядитесь внимательно. **Замечаете ли вы что-нибудь**?

Задание 4.Общая задача

Обобщим эту задачу для любых точек X, Y и Z.

Налицо одно замечательное соотношение: любое число на этом рисунке, отличное от единицы, является суммой двух других чисел таблицы, а именно, своих северо-западного и северо-восточного соседей. Закон этот мы открыли наблюдением. Но как это объяснить?

Причина проста. Рассмотрим три перекрестка на сети улиц, отмеченных точками X, Y и Z (они у нас на рисунке). X - северо-западный сосед точки Z, а Y - северо-восточный. Если мы, отправляясь из точки А, хотим достичь точки Z по кратчайшему маршруту на нашей сети, то мы должны пройти либо через точку X, либо через точку Y. Но, как только мы попали в X, мы можем проследовать из нее в Z единственным путем. То же самое справедливо и относительно следования из Y в Z. Поэтому общее число кратчайших маршрутов, ведущих из A в Z, представляет собой сумму двух членов: **оно равно числу кратчайших маршрутов, ведущих из A в X, сложенному с числом таких же маршрутов, ведущих из A в Y**. Тем самым наше наблюдение полностью обосновано и общий закон установлен.

Задача 5.Достижение цели.

Вернемся к задаче №1.

Заполним всю таблицу.

Получим 252 способа прочтения слова АБРАКАДАБРА.

Выяснив это основное обстоятельство, мы можем расширять нашу таблицу, (используя для этого обычное сложение), до тех пор, пока не получим большую таблицу "южная оконечность", которой дает нам требуемый ответ: **магическое слово "абракадабра" можно прочесть 252 раза различными способами.**

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & \mathbf{1} & & & & & & \\
 & & & & & \mathbf{1} & & \mathbf{1} & & & & & \\
 & & & & \mathbf{1} & & \mathbf{2} & & \mathbf{1} & & & & \\
 & & & \mathbf{1} & & \mathbf{3} & & \mathbf{3} & & \mathbf{1} & & & \\
 & & \mathbf{1} & & \mathbf{4} & & \mathbf{6} & & \mathbf{4} & & \mathbf{1} & & \\
 & \mathbf{1} & & \mathbf{5} & & \mathbf{10} & & \mathbf{10} & & \mathbf{5} & & \mathbf{1} & \\
\mathbf{1} & & \mathbf{6} & & \mathbf{15} & & \mathbf{20} & & \mathbf{15} & & \mathbf{6} & & \mathbf{1} \\
 & & & \mathbf{21} & & \mathbf{35} & & \mathbf{35} & & \mathbf{21} & & & \\
 & & & & \mathbf{56} & & \mathbf{70} & & \mathbf{56} & & & & \\
 & & & & & \mathbf{126} & & \mathbf{126} & & & & & \\
 & & & & & & \mathbf{252} & & & & & &
\end{array}
$$

Ставим 5 баллов в оценочный лист тем, кто угадал ответ к задаче № 1.

Возможно, вы сумели опознать числа и особенности их распределения. Числа эти - **биномиальные коэффициенты**, а треугольник, образованный ими, - **треугольник Паскаля** (сам Паскаль называл его "арифметическим треугольником"). **К этому треугольнику можно добавлять все новые и новые строки - принципиально его можно продолжать сколь угодно далеко**. А нашу таблицу можно представить как квадратный участок, вырезанный из некоторого большого треугольника.

Существуют и подходящие обозначения для чисел, образующих треугольник Паскаля.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & C_0^0 & & & & \\
 & & & C_1^0 & & C_1^1 & & & \\
 & & C_2^0 & & C_2^1 & & C_2^2 & & \\
 & C_3^0 & & C_3^1 & & C_3^2 & & C_3^3 & \\
C_4^0 & & C_4^1 & & C_4^2 & & C_4^3 & & C_4^4
\end{array}
$$

IV. Работа с конспектом

Выписываем общий вид биномиальных коэффициентов через число сочетаний.

$$C^m_n = \frac{n!}{m!\,(n-m)!} \quad \text{или} \quad C^m_n = \frac{n\,(n-1)\,...(n-m+1)}{m!}$$

Напомним: $1!=1$ $0!=1$ $n!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n$

Удобнее пользоваться треугольником Паскаля в таком виде:

0	1										
1	**1**	**1**									
2	1	2	1								
3	**1**	**3**	**3**	**1**							
4	1	4	6	4	1						
5	**1**	**5**	**10**	**10**	**5**	**1**					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	**1**	**7**	**21**	**35**	**35**	**21**	**7**	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	**1**	**9**	**36**	**84**	**126**	**126**	**84**	**36**	**9**	**1**	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Каждой паре выдаем такую таблицу.

Применим коэффициенты для разложения степени бинома:

$(a + b)^1 = a + b$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

При любом натуральном n верна формула

$$(a + b)^n = C^0_n\cdot a^n + C^1_n\cdot a^{n-1}\cdot b + ... + C^m_n\cdot a^{n-m}\cdot b^m + ... + C^n_n\cdot b^n,$$

которая называется формулой Ньютона или биномом Ньютона, в честь английского математика Исаака Ньютона (1643-1727).

Важно!
(k+1)-е по счету слагаемое в разложении $(a+b)^n$ имеет вид:

$$T_{k+1} = C^k_n a^{n-k}\cdot b^k$$

Решить примеры на доске.
Образцы решения записать в конспект.

Пример 1. Раскройте скобки и упростите выражение:
$(a - b)^5$

Пример 2. Раскройте скобки и упростите выражение:
$(2z + 1)^4$

Пример 3. Найдите 6-ой член разложения:
$(x + y)^{10}$

V. Исторические сведения. Доклады- презентации учащихся:

- доклад о Паскале;
- доклад о Ньютоне.

За каждый доклад обучающийся получает 5 баллов.

VI. Применение бинома Ньютона к приближенным вычислениям

- доклад и исследование учащихся.

Положив в формуле Ньютона a=1, b=x получим

$$(1 + x)^n = 1 + C^1_n \cdot x + C^2_n \cdot x^2 + \ldots + C^n_n \cdot x^n$$

Если величина x мала, то x^2, x^3 … x^n тем более малы, то

$$(1 + x)^n \approx 1 + C^1_n \cdot x, \quad \text{но} \quad C^1_n = n, \text{ тогда}$$
$$(1 + x)^n \approx 1 + n \cdot x$$

Решить примеры на доске.
Образцы решения записать в конспект.

Пример 4. Вычислить приближенные значения выражения:

а) $1.01^2 = (1 + 0{,}01)^2 \approx 1 + 2 \cdot 0{,}01 = 1{,}02$;
б) $1.01^3 = (1 + 0{,}01)^3 \approx 1 + 3 \cdot 0{,}01 = 1{,}03$;
в) $1.01^4 = (1 + 0{,}01)^4 \approx 1 + 4 \cdot 0{,}01 = 1{,}04$;
г) $1.01^{10} = (1 + 0{,}01)^{10} \approx 1 + 10 \cdot 0{,}01 = 1{,}1$

Решить примеры на доске.
Образцы решения записать в конспект.

Пример 5. Вычислить приближенные значения выражения:

а) $\sqrt{1{,}003}$;
б) $\sqrt[3]{0{,}97}$;
в) $1/0{,}98$;
г) $1/\sqrt[4]{0{,}96}$

VII. Самостоятельная работа учащихся

Выполняется в парах (работа на время**).**

Карточка содержит 16 примеров и 16 ответов. Ответы расположены в случайном порядке и служат для самоконтроля.

За каждое верно решенное задание выставляется 1 балл в оценочный лист.

Критерии оценки

- эффективность работы в парах- 2 балла
- доклад-презентация– 2 балла
- активность на уроке – 1 балл
- выполнение самостоятельной работы- 5 баллов

  10-9 баллов – «отлично»;

8-7 баллов – «хорошо»;
6-5 баллов - «удовлетворительно»;
менее 5 баллов – «неудовлетворительно»

VIII. Подведение итогов (стадия рефлексии).

Проведение урока математики с элементами проектной деятельности на тему «Бином Ньютона» способствует развитию интереса к предмету, развивает мышление обучающихся.

Деление группы на несколько команд, способствует организации самостоятельной работы на уроке. Неформальное общение с товарищами и преподавателем раскрывает творческий потенциал обучающихся и позволяет им успешно справиться с проектом. Кроме того, коллективная деятельность такого рода дает возможность почувствовать свою значимость в коллективе и в то же время научиться ценить вклад других людей в общее дело. Таким образом, проект имеет не только образовательное, но и социальное значение.

Благодаря ряду последовательных действий обучающиеся приобретают умение применять формулы бинома Ньютона к приближенным вычислениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Башмаков М.И. Математика. М.: "Академия", 2011.
2. Гуль С.М., Саакян С.М. Алгебра и начала анализа. Карточки-задания для учащихся профтехучилищ. М. "Высшая школа", 1975.
3. Пойа Д. Математическое открытие. Перевод с английского В. С. Бермана, под ред. И. М. Яглома. М.: «Наука», 1970.